Sở Giáo dục và Đào tạo
TP. Hồ Chí Minh

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 **(2009-2010)**

Môn Toán lớp 12

Thời gian làm bài : 120 phút

A.PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho hàm số : $y = \dfrac{3x+2}{x+1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tính diện tích hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị (C), trục Ox, trục Oy và đường thẳng x =1.

Câu 2.(1 điểm) Xét hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - x^2$ và trục Ox. Quay hình phẳng này xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên.

Câu 3. (1,5 điểm)

Tính các tích phân :

a) I= $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$ b) J= $\int_0^1 \dfrac{x}{e^x}dx$

Câu 4. (2 điểm)

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (D) : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

và điểm A(2 ; 1 ; 0).

a)Chứng minh điểm A không thuộc đường thẳng (D).Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và (D).

b)Tìm tọa độ các điểm M thuộc đường thẳng (D) cách điểm A một khoảng bằng 3.

B.PHẦN RIÊNG : (3 điểm)

Học sinh chỉ được làm một trong hai phần(phần I hoặc phần II)

I)Theo chương trình chuẩn.

1) Giải các phương trình sau trong tập số phức:

a) $z^2 + 3z + 4 = 0$

b) $z^2 + 2 = 0$

2) Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A(-2 ; 1; 3) lên đường thẳng (d) : $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+1}{2}$.

II)Theo chương trình nâng cao.

1) Tìm các số phức z trong mỗi trường hợp sau:

a) $z^2 + i = 0$

b) $z^4 + 1 = 0$

2) Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua điểm A(2 ; 3 ; 4) và tiếp xúc với mp(Oxy) tại điểm H(1 ; -2 ; 0)

HẾT

ĐÁP ÁN

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 **(2009-2010)**

Môn Toán lớp 12

A.PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho hàm số : $y = \dfrac{3x+2}{x+1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

Tập xác định : $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **0,25 đ**

Sự biến thiên.

. chiều biến thiên : $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ **0,25 đ**

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ *và* $(-1;+\infty)$ **0,25 đ**

Hàm số không có cực trị

Tiệm cận : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x+2}{x+1} = 3$

$\lim\limits_{x\to -1^-} y = +\infty$ *và* $\lim\limits_{x\to -1^+} y = -\infty$ **0,25 đ**

Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang

Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng. **0,25 đ**

Bảng biến thiên

- Điểm không xác định
- Dấu của đạo hàm
- Chiều biến thiên
- Các giá trị của giới hạn

0,25 đ

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm (0 ; 2), cắt trục Ox tại điểm ($\dfrac{-2}{3}$;0)

Vẽ đồ thị .

Lưu ý: Giao điểm của hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị.

0,25 đ

b)Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục Ox và trục Oy và đường thẳng x = 1.

Giao điểm của (C)với trục Ox : ($\dfrac{-2}{3}$; 0)

Vì $y = \dfrac{3x+2}{x+1} > 0$ với $x \in [0\,;1]$ nên diện tích hình phẳng cần tìm :

$$S = \int_0^1 \frac{3x+2}{x+1}dx = \int_0^1 (3 - \frac{1}{x+1})dx = (3x - Ln|x+1|)\Big|_0^1$$ **0,5 đ**

S = $3 - Ln2$ (đvdt) **0,25 đ**

Câu 2.(1 điểm) Xét hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - x^2$ và trục Ox. Quay hình phẳng này xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên.

Giao điểm của đường cong $y = 4 - x^2$ với trục Ox : y = 0 , x = ± 2 **0,25 đ**

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là

: V= $\int_{-2}^{2}\pi(4-x^2)^2dx=\pi\int_{-2}^{2}(16-8x^2+x^4)dx=\pi(16x-\frac{8x^3}{3}+\frac{x^5}{5})_{-2}^{2}$ **0,5 đ**

V= $2\pi(32-\frac{64}{3}+\frac{32}{5})=\frac{512\pi}{15}(đvtt)$ **0,25 đ**

Câu 3. (1,5 điểm)

Tính các tích phân :

a) I= $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$

Đặt $u=x^2+1$ *thì* $du=2xdx$ **0,25 đ**

Ta có : $x=0$ thì $u=1$

$x=1$ thì $u=2$

Vậy I = $\int_1^2\sqrt{u}\frac{du}{2}=(\frac{\sqrt{u^3}}{3})\Big|_1^2=\frac{\sqrt{8}-1}{3}$ **0,5 đ**

b) J= $\int_0^1\frac{x}{e^x}dx$ Đặt $u=x$ *thì* $u'=1$ **0,25 đ**

$v'=\frac{1}{e^x}=e^{-x}$ *thì* $v=-e^{-x}$

(ta chọn v là một nguyên hàm của v')

Ta có J= $-x.e^{-x}\Big|_0^1+\int_0^1 e^{-x}dx=-\frac{1}{e}+(-e^{-x})\Big|_0^1=\frac{-1}{e}+\frac{-1}{e}+1=\frac{e-2}{e}$

0,5 đ

Câu 4. (2 điểm)

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (D) : $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1-t\end{cases}$

và điểm A(2 ; 1 ; 0).

a)Chứng minh điểm A không thuộc đường thẳng (D).Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và (D).

Thế tọa độ điểm A vào phương trình tham số của (D) :

$$\begin{cases}2=2+t\\1=3-2t\\0=1-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=1\end{cases}(vô\,lý)$$

Vậy điểm A không thuộc (D). **0,5 đ**

Đường thẳng (D) đi qua B(2 ; 3 ; 1) và có vectơ chỉ phương

$\vec{a_D}=(1\ ;\ -2\ ;\ -1)$

Mp(P) chứa (D) và điểm A nên đi qua A, có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n_P}=[\vec{a_D},\vec{AB}]=(0\ ;\ -1\ ;\ 2)$

$(\vec{AB}=(0;2;1))$

Phương trình mp(P):

$(x-2)0+(y-1)(-1)+2z=0\Leftrightarrow -y+2z+1=0$ **0,5 đ**

b)Tìm tọa độ các điểm M thuộc đường thẳng (D) cách điểm A một khoảng bằng 3.

Điểm M thuộc (D) nên : M(2+t ; 3 -2t ; 1-t) **0,25đ**

Khoảng cách giữa hai điểm A , M :

AM= $\sqrt{(2+t-2)^2+(3-2t-1)^2+(1-t)^2}=3$

$\Leftrightarrow \sqrt{t^2+(2-2t)^2+(1-t)^2}=3 \Leftrightarrow 6t^2-10t-4=0 \Leftrightarrow t=2 \text{ v } t=\frac{-1}{3}$

0,25đ

Vậy có hai điểm M tìm được là : $M_1(4 ; -1 ; -1)$; $M_2(\frac{5}{3};\frac{11}{3};\frac{4}{3})$

0,5 đ

B.PHẦN RIÊNG : (3 điểm)

***I*)Theo chương trình chuẩn.**

1) Giải các phương trình sau trong tập số phức:

a) $z^2+3z+4=0$

Ta có $\Delta = 9-16=-7$

Δ có hai căn bậc hai là : $\pm i\sqrt{7}$

Phương trình có hai nghiệm : $z=\frac{-3\pm i\sqrt{7}}{2}$ **0,75 đ**

b) $z^2+2=0 \Leftrightarrow z^2=-2=2i^2 \Leftrightarrow z=\pm i\sqrt{2}$ **0,75 đ**

2) Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A(-2 ; 1; 3) lên đường thẳng (d) : $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

Phương trình tham số của đường thẳng (d): $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2t \\ z=-1+2t \end{cases}$ **0,25 đ**

Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương là $\vec{a_d}=(1 ; -2 ; 2)$ **0,25 đ**

Điểm H thuộc (d) : H (3 + t ; -2t ; -1 + 2t) **0,25 đ**

$\vec{AH}=(5+t;-1-2t;-4+2t)$ **0,25 đ**

Ta có AH vuông góc với (d) nên $\vec{AH}.\vec{a_d}=0 \Leftrightarrow 5+t+2+4t-8+4t=0$

$\Leftrightarrow t=\frac{1}{9}$ **0,25 đ**

Vậy H $(\frac{28}{9};\frac{-2}{9};\frac{-7}{9})$ **0,25 đ**

<u>Cách khác :</u>

Xét mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng (d).

Viết phương trình mp(P) qua A(-2 ; 1 ; 3), có vectơ pháp tuyến là

$\vec{a_d}=(1 ; -2 ; 2)$

Mp(P) : (x+2)1 + (y-1) (-2) + (z-3)2 = 0 $\Leftrightarrow$ x-2y+2z-2 = 0

H chính là giao điểm của (d) và mp(P): $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2t \\ z=-1+2t \\ x-2y+2z-2=0 \end{cases}$

Giải hệ trên ta được H $(\frac{28}{9};\frac{-2}{9};\frac{-7}{9})$

***II*)Theo chương trình nâng cao.**

1) Tìm các số phức z trong mỗi trường hợp sau:

a) $z^2 + i = 0$

Ta có $z^2 + i = 0 \Leftrightarrow z^2 = -i$

Nên z là các căn bậc hai của số phức $-i$

Ta đặt $z = a + bi$ với a, b là các số thực thì :

$$(a+bi)^2 = -i \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = -i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm b \\ 2ab = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ 2a^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ b = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases} v \begin{cases} a = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \\ b = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Vậy : $z = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ hoặc $z = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ **<u>1 đ</u>**

b) Ta có $z^4 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^4 = -1 = i^2 \Leftrightarrow (z^2 = i) v (z^2 = -i)$

$$\Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \ v \ z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \ v \ z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \ v \ z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

<u>0,5 đ</u>

2) Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua điểm A(2 ; 3 ; 4) và tiếp xúc với mp(Oxy) tại điểm H(1 ; -2 ; 0)

Gọi I là tâm của mặt cầu thì I thuộc đường thẳng (d) qua H, vuông góc với mp(Oxy).

Đường thẳng (d) qua H (1 ; -2 ; 0) và có VTCP là (0 ; 0 ; 1)

Phương trình đường thẳng (d) $\begin{cases} x = 1 + 0t \\ y = -2 + 0t \\ z = 0 + t \end{cases}$ **<u>0,5 đ</u>**

Tâm I thuộc (d) : I (1 ; -2 ; t)

Ta có :

IH = IA $\Leftrightarrow \sqrt{(1-1)^2 + (-2+2)^2 + t^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-3)^2 + (4-t)^2}$

$$\Leftrightarrow t^2 = 26 + 16 - 8t + t^2 \Leftrightarrow t = \frac{21}{4}$$

Vậy tâm I$(1; -2; \frac{21}{4})$ **<u>0,5 đ</u>**

Bán kính mặt cầu (S) : IH = $\dfrac{21}{4}$ **<u>0,25 đ</u>**

Phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z - \frac{21}{4})^2 = (\frac{21}{4})^2$ **<u>0,25 đ</u>**

HẾT